Correctif :

UAA 2 : Géométrie : Trigonométrie dans le triangle rectangle

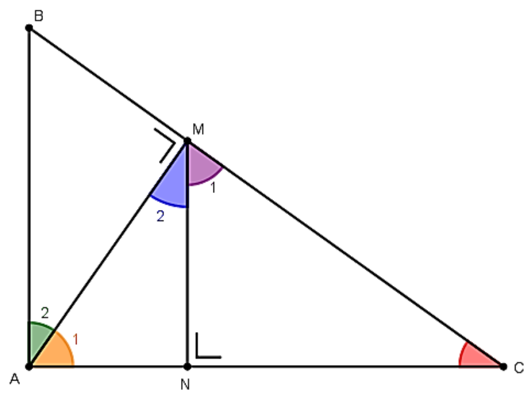
Exercice 1 :

Sachant que le triangle ABC est rectangle en A, entoure les égalités correctes :

$\cos \widehat{B} = \frac{|AC|}{|AB|}$ | $\tan \widehat{B} = \frac{|AB|}{|AC|}$ | $\sin \widehat{C} = \frac{|AB|}{|BC|}$ | $\sin \widehat{B} = \cos \widehat{C}$

Exercice 2 :

En observant le triangle ABC rectangle en A, complète les phrases avec le nom du triangle et le rapport trigonométrique demandé :



(a) Dans le triangle ABM, $\tan \widehat{A_2} = \frac{|BM|}{|AM|}$

(b) Dans le triangle NMC, $\cos \widehat{M_1} = \frac{|MN|}{|MC|}$

(c) Dans le triangle ABC, $\cos \widehat{A_2} = \frac{|AM|}{|AB|}$

(d) Dans le triangle AMN, $\sin \widehat{M_2} = \frac{|AN|}{|AM|}$

(e) Dans le triangle CMN, $\tan \hat{C} = \frac{|MN|}{|NC|}$

(f) Dans le triangle ANM, $\sin \widehat{A_1} = \frac{|MN|}{|AM|}$

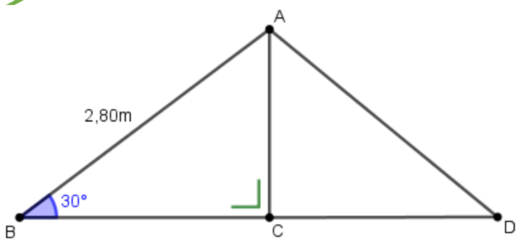
Exercice 3 :

Si le triangle ABC est rectangle A, complète le tableau ci-dessous : (arrondis à 0,01 près)

	$\|BC\|$	$\|AC\|$	$\|AB\|$	$\|\hat{B}\|$	$\|\hat{C}\|$
1)	100 m	79,86m	60,18m	53°	37°
2)	79,86cm	10cm	25cm	21,8°	68,2°
3)	3,99cm	7,2cm	8,23cm	61°	29°
4)	75mm	57,95mm	47,60mm	50,6°	39,4°

Exercice 4 :

Un menuisier utilise des chevrons de 2,80m pour construire le toit d'une remise qui a un angle d'inclinaison de 30°. Détermine, au cm près, la largeur de la remise |BD| :



Exercice 5 :

ΔHPA :
$\tan 62° = \frac{|AH|}{40}$
$|AH| = 40 \cdot \tan 62°$
$|AH| = 75{,}23m$

ΔHPB :
$\tan 76° = \frac{|BH|}{40}$
$|BH| = 40 \cdot \tan 76°$
$|BH| = 160{,}43m$

Distance entre les deux voiliers $= 160{,}43 - 75{,}23 = 85{,}2m$ d'écart

Exercice 6 :

Deux villages, Bellevue et Jolival sont situés de part et d'autre d'une montagne dont le sommet culmine à 3 325m. De la place de Bellevue, située à 2 000m du pied de la montagne, on aperçoit le sommet sous un angle de 36°. De celle de Jolival, située à 1 500m du pied de la montagne, l'angle est de 60°. Si les deux villages sont situés à la même altitude et si le sommet de la montagne se trouve dans le même plan que les places de chaque village, détermine la longueur du tunnel qu'il faudrait creuser à travers la montagne pour construire une route horizontale reliant ces deux villages :

UAA 3 : Factorisation et équations produit nul

Exercice 1 :

a) $2(3a + 2b)$
b) $x(x + 3)$
c) $5p(p - 3)$
d) $m(m - 1)$
e) $u(v + 1)$
f) $mnp(m + np^2)$
g) $4(c^2 + c + 3)$
h) $ab(-4a + 3b - 1)$
i) $r^3s^2(-8r + 6s - 1)$
j) $3b(b^2 - 5b + 1)$
k) $(a + 4)(a + 2)$
l) $(x - 3)(2x - 5)$
m) $(3r + 5)(3r - 4)$
n) $(n - 5)(3n + 2)$

Exercice 2 :

a) $(a + 4)^2$
b) $(x - 1)^2$
c) $(b + 5)^2$
d) $(r - 8)^2$
e) $(p + 7)^2$
f) $(2m + 3a)^2$
g) $(5a - b)^2$
h) $(4k - 7l)^2$
i) $(3m + 8t)^2$
j) $(5s + 3t)^2$

Exercice 3 :

a) $(a - 2)(a + 2)$
b) $(p - 5)(p + 5)$
c) $(3 - x)(3 + x)$
d) $(3m - 4)(3m + 4)$
e) $(v - 6)(v + 6)$
f) $(5n - 8)(5n + 8)$

Exercice 4 :

a) $3(x - 4)(x + 4)$
b) $a(a - 1)(a + 1)$
c) $5t(t - 3)(t + 3)$
d) $mv(5 - 2v)(5 + 2v)$
e) $2ab(3 - 5b)(3 + 5b)$
f) $s^2t(4t - s)(4t + s)$

Exercice 5 :

a) $(3x - 2)(3x + 2)$
b) $16a(2ab^2 + 3a^2 - b)$
c) $(2a + 1)^2$
d) Non factorisable

e) $8(2x-1)(2x+1)$
f) $6a^2x(5x+4a)$
g) $(4+a)(-3a)$
h) $3(2a+1)^2$

Exercice 6 :

a) $Sol = \{-2; 5\}$
b) $Sol = \{-4; 3\}$
c) $Sol = \{-7; 0\}$
d) $Sol = \{0; 1; 4\}$
e) $Sol = \left\{\frac{-2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{7}{2}\right\}$

Exercice 7 :

a) $(x-4)(x+4)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-4; 4\}$
b) $(5-x)(5+x)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-5; 5\}$
c) $(2x-3)(2x+3)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$
d) $(5x-1)(5x+1)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right\}$
e) $(x-1)^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{1\}$
f) $(x+5)^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-5\}$
g) $(x-7)^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{7\}$
h) $(5x+2)^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$
i) $(3x-7)^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{\frac{7}{3}\right\}$
j) $x(1-x)(1+x)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{0; -1; 1\}$
k) $2x(3x-2)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$
l) $(2x-1)^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
m) $3x^2(x-2)=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{0; 2\}$
n) $((x-3)(x+3))^2=0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-3; 3\}$
o) $5x(x^2-2) \quad \rightarrow \quad Sol = \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$

Exercice 8 :

x représente le nombre cherché

$$3x^2 = 2x$$
$$3x^2 - 2x = 0$$
$$x(3x-2) = 0$$

$x = 0$ ou $x = \frac{2}{3}$

$Sol = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$

Le nombre est soit 0 soit $\frac{2}{3}$.

Exercice 9 :

x représente la longueur du côté commun

$$x^2 = \frac{100x}{2}$$
$$x^2 = 50x$$
$$x^2 - 50x = 0$$
$$x(x-25) = 0$$
$x = 0$ ou $x = 25$

$Sol = \{0; 25\}$

Le côté commun mesure 25 m.

Le coté du carré mesure 25 m et les côtés de l'angle droit du triangle rectangle mesurent 100 m et 25 m.

UAA 3 : Equations du 2nd degré

Exercice 1 :

(a) $\Delta = -64$
$S = \emptyset$
(b) $-x^2 + 4x = 0$
$\Delta = 16$
$S = \{-4; 0\}$
(c) $\Delta = 32$
$S = \{0{,}8\,; 2{,}2\}$
(d) $\Delta = -40$
$S = \emptyset$
(e) $\Delta = 0$
$S = \{3\}$
(f) $x^2 - 3x - 10 = 0$
$\Delta = 49$
$S = \{-2; 5\}$
(g) $-2x^2 + 20x - 47 = 0$
$\Delta = 24$
$S = \{3{,}77; 6{,}22\}$
(h) $x^2 + 3x - 10 = 0$
$\Delta = 49$
$S = \{-2; 5\}$
(i) $121x^2 - 154x + 13 = 0$
$\Delta = 17424$
$S = \{0{,}09\,; 1{,}18\}$

Exercice 2 :

(a) $\Delta = 16$
$x_1 = 3$
$x_2 = -1$
➔ $(x-3)(x+1)$
(b) $\Delta = 25$
$x_1 = 1$
$x_2 = 2{,}67$
➔ $-3(x-1)(x-2{,}67)$
(c) $\Delta = 121$
$x_1 = 5$
$x_2 = -0{,}5$
➔ $2(x-5)(x+0{,}5)$
(d) $\Delta = 0$
$x_1 = 0{,}5$
➔ $-(x-0{,}5)^2$
(e) $\Delta = 121$
$x_1 = 2{,}5$
$x_2 = -3$
➔ $2(x-2{,}5)(x+3)$
(f) $\Delta = 0$
$x_1 = -0{,}5$
➔ $4(x+0{,}5)^2$

Exercice 3 :

Côtés recherchés : $x, x+1, x+2$

Par Pythagore : $(x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + x^2$

$-x^2 + 2x + 3 = 0$

$\Delta = 16$

$x_1 = -1$ (**à supprimer** car un côté est toujours un nombre positif)

$x_2 = 3$

➔ $x = 3\,, x+1 = 4\; et\; x+2 = 5$

Exercice 4 :

$(x+3)(x-1) = 2x^2$

$x^2 - x + 3x - 3 = 2x^2$

$-x^2 + 2x - 3 = 0$

$\Delta = \; -8$

➔ Non, il n'existe pas de nombre !

Exercice 5 :

$6x + x^2 + 6x = 45$

$x^2 + 12x - 45 = 0$

$\Delta = 324$

$x_1 = 3$

$x_2 = -15$ (**à supprimer** car un côté est toujours un nombre positif)

➔ $x = 3$

➔ UAA 3 : Inéquations du 2nd degré

Exercice 1 :

(a) $\Delta = \; -64$

x	
$-5x^2 - 4x - 4$	-

$S = \emptyset$

(b) $\Delta = 0$

$x_1 = 0{,}25$

x		0,25	
$16x^2 - 8x + 1$	+	0	+

$S = \emptyset$

(c) $\Delta = 25$

$x_1 = 0{,}33$ $\qquad$ $x_2 = -0{,}5$

x		-0,5		0,33	
$6x^2 + x - 1$	+	0	-	0	+

$S = [-0{,}5\,; 0{,}33]$

(d) $\Delta = 0$

$x_1 = -3$

x		-3	
$5x^2 + 30x + 45$	+	0	-

$S =]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$ OU $S = \mathbb{R}/\{-3\}$

(e) $2x^2 - x - 2x + 1 - 3 \leq 0$

$2x^2 - 3x - 2 \leq 0$

$\Delta = 25$

$x_1 = 2$ $\qquad$ $x_2 = -0{,}5$

x		-0,5		2	
$2x^2 - 3x - 2$	+	0	-	0	+

$S = [-0{,}5\,; 2]$

(f) $2x^2 + x + 1 \geq 0$

$\Delta = -7$

x	
$2x^2 + x + 1$	+

$S = \mathbb{R}$

(g) $-2x^2 + 8x - 9 \geq 0$

$\Delta = -8$

x	
$2x^2 + x + 1$	-

$S = \emptyset$

Exercice 2 :

(a) Racines :

$2x^2 - 11x + 5 = 0$
$\Delta = 81$
$x_1 = 5$
$x_2 = -0{,}5$

$3x + 2 = 0$
$x = -\frac{2}{3}$

x		-2/3		-0,5		5	
$2x^2 - 11x + 5$	+	+	+	0	-	0	+
$3x + 2$	-	0	+	+	+	+	+
$Quotient$	-	/	+	0	-	0	+

$S =]-\infty; -\frac{2}{3}[\cup [-0{,}5; 5]$

(b) Racines :

$-x^2 - 5x - 6 = 0$
$\Delta = 1$
$x_1 = -3$
$x_2 = -2$

$10x + 10 = 0$
$x = -1$

x		-3		-2		-1	
$-x^2 - 5x - 6$	-	0	+	0	-	-	-
$10x + 10$	-	-	-	-	-	0	+
$Quotient$	+	0	-	0	+	/	-

$S =]-\infty; -3[\cup]-2; -1[$

(c) Racines :

$x^2 - 4x + 4 = 0$
$\Delta = 0$
$x_1 = 2$

$2x^2 - 10x + 14 = 0$
$\Delta = -12$
pas de solution

x		2	
$x^2 - 4x + 4$	+	0	+
$2x^2 - 10x + 14$	+	+	+
$Quotient$	+	0	+

$S = \mathbb{R}$

(d) Racines :

$4x - 1 = 0$
$x = \frac{1}{4}$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$
$\Delta = 16$
$x_1 = 1$
$x_2 = -0{,}33$

x		-0,33		¼		1	
$4x - 1$	-	-	-	0	+	+	+
$3x^2 - 2x - 1$	+	0	-	-	-	0	+
$Quotient$	-	/	+	0	-	/	+

$S =]-0{,}33; \frac{1}{4}[\cup]1; +\infty[$

(e) Racines :

$x^2 - x - 6 = 0$
$\Delta = 25$
$x_1 = 3$
$x_2 = -2$

$-x^2 + 4x - 3 = 0$
$\Delta = 4$
$x_1 = 1$
$x_2 = 3$

x		-2		1		3	
$x^2 - x - 6$	+	0	-	-	-	0	+
$-x^2 + 4x - 3$	-	-	-	0	+	0	-
$Quotient$	-	0	+	/	-	/	-

$S =]-\infty; -2[\cup]1; 3[\cup]3; +\infty[$