Chapitre 6 : Factorisation

1) Factorise en utilisant la mise en évidence.
   a) $2(3a+2b)$
   b) $x(x+3)$
   c) $5p(p-3)$
   d) $m(m-1)$
   e) $u(v+1)$
   f) $mnp(m+np^2)$
   g) $4(c^2+c+3)$
   h) $ab(-4a+3b-1)$
   i) $r^3s^2(-8r+6s-1)$
   j) $3b(b^2-5b+1)$
   k) $(a+4)(a+2)$
   l) $(x-3)(2x-5)$
   m) $(3r+5)(3r-4)$
   n) $(n-5)(3n+2)$

2) Factorise en utilisant les produits remarquables.
   a) $(a+4)^2$
   b) $(x-1)^2$
   c) $(b+5)^2$
   d) $(r-8)^2$
   e) $(p+7)^2$
   f) $(2m+3a)^2$
   g) $(5a-b)^2$
   h) $(4k-7l)^2$
   i) $(3m+8t)^2$
   j) $(5s+3t)^2$

3) Factorise en utilisant les produits remarquables.
   a) $(a-2)(a+2)$
   b) $(p-5)(p+5)$
   c) $(3-x)(3+x)$
   d) $(3m-4)(3m+4)$
   e) $(v-6)(v+6)$
   f) $(5n-8)(5n+8)$

4) Factorise en utilisant d'abord la mise en évidence et ensuite les produits remarquables.
   a) $3(x-4)(x+4)$
   b) $a(a-1)(a+1)$
   c) $5t(t-3)(t+3)$
   d) $mv(5-2v)(5+2v)$
   e) $2ab(3-5b)(3+5b)$
   f) $s^2t(4t-s)(4t+s)$

5) Factorise en utilisant la méthode $(x-a)$; utilise la loi du reste pour trouver le a. ***HORNER***.
   a) $(x-2)(x-5)$
   b) $x(x+2)(3x-2)$
   c) $(x-2)(x-3)$
   d) $4(x+1)(x-2)$
   e) $(x-1)(x+1)(x-2)$
   f) $(x-3)(x^2+3x+9)$

6) Vrai ou faux ? Justifie.
   a) Faux, distribuer c'est transformer un produit en une somme or factoriser c'est transformer une somme en un produit.
   b) Faux, il vaut mieux utiliser d'abord la mise en évidence, ensuite les produits remarquables et enfin la division par $(x-a)$.
   c) Vrai, règle du produit nul.

7) Factorise (utilise la bonne méthode).

a) $(3x-2)(3x+2)$
b) $16a(2ab^2+3a^2-b)$
c) $(2a+1)^2$
d) Non factorisable
e) $8(2x-1)(2x+1)$
f) $6a^2x(5x+4a)$
g) $(4+a)(-3a)$
h) $3(2a+1)^2$
i) $(x-1)(x-6) =$
j) $(x+8)(x-2) =$

8) Calcule les solutions des équations suivantes.

a) $Sol = \{-2; 5\}$
b) $Sol = \{-4; 3\}$
c) $Sol = \{-7; 0\}$
d) $Sol = \{0; 1; 4\}$
e) $Sol = \left\{\frac{-2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{7}{2}\right\}$

9) Factorise et calcule les solutions des équations suivantes. N'oublie pas d'utiliser la règle du produit nul.

a) $(x-4)(x+4) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-4; 4\}$
b) $(5-x)(5+x) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-5; 5\}$
c) $(2x-3)(2x+3) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$
d) $(5x-1)(5x+1) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right\}$
e) $(x-1)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{1\}$
f) $(x+5)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-5\}$
g) $(x-7)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{7\}$
h) $(5x+2)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{-\frac{2}{5}\right\}$
i) $(3x-7)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{\frac{7}{3}\right\}$
j) $x(1-x)(1+x) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{0; -1; 1\}$
k) $2x(3x-2) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$
l) $(2x-1)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
m) $3x^2(x-2) = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{0; 2\}$
n) $((x-3)(x+3))^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{-3; 3\}$
o) $5x(x^2-2) \quad \rightarrow \quad Sol = \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$
p) $-(x-5)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad Sol = \{5\}$

10) x représente le nombre cherché

$$3x^2 = 2x$$
$$3x^2 - 2x = 0$$
$$x(3x-2) = 0$$

$x = 0$ ou $x = \frac{2}{3}$

$Sol = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$

Le nombre est soit 0 soit $\frac{2}{3}$.

11) x représente la longueur du côté commun

$$x^2 = \frac{100x}{2}$$

$$x^2 = 50x$$

$$x^2 - 50x = 0$$

$$x(x-25) = 0$$

$x = 0$ ou $x = 25$

$Sol = \{0; 25\}$

Le côté commun mesure $25\ m$.

Le coté du carré mesure $25\ m$ et les côtés de l'angle droit du triangle rectangle mesurent $100\ m$ et $25\ m$.

12) Relie chaque polynôme à sa factorisation.

$4x^2 + 12x$	$(2x-1)\cdot(3x+2)$
$6x^2 + x - 2$	$4\cdot(x-1)\cdot(x+3)$
$10x^2 + 119x - 12$	$(x-3)\cdot(x+4)$
$x^2 + x - 12$	$10\cdot(x-\frac{1}{2})\cdot(x+\frac{2}{5})$
$10x^2 - x - 2$	$4x\cdot(x+3)$
$16x^2 + 24x + 9$	$(4x+3)^2$
$4x^2 + 8x - 12$	$(10x-1)\cdot(x+12)$

Chapitre 7 : Les radicaux

1) Entoure la ou les proposition(s) correcte(s).

		Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3	Proposition 4
a)	$\left(\sqrt{2}\right)^2 =$	-2	4	2	-4
b)	$\sqrt{16+9} =$	7	5	$\sqrt{25}$	$\sqrt{16}+\sqrt{9}$
c)	$\sqrt{4\cdot 9} =$	$\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$	6	36	$\sqrt{36}$
d)	$\sqrt{(-3)^2} =$	n'existe pas	-3	3	9

2) Calcule, si possible, les racines carrées suivantes.

a) $\sqrt{36} = 6$
b) $\sqrt{10^2} = 10$
c) $\sqrt{-2^2} = imp$
d) $-\sqrt{64} = -8$
e) $\sqrt{169} = 13$
f) $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$
g) $\sqrt{1} = 1$
h) $\sqrt{0} = 0$
i) $\sqrt{(-1)^2} = 1$
j) $\sqrt{121} = 11$
k) $\sqrt{-4} = imp$
l) $\sqrt{10\,000} = 100$

3) Encadre les racines carrées suivantes à l'unité près.

a) $3 < \sqrt{14} < 4$
b) $9 < \sqrt{90} < 100$
c) $-6 < -\sqrt{28} < -5$
d) $-6 < -\sqrt{35} < -5$

4) Simplifie les racines carrées suivantes.

a) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
b) $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{32} = 8\sqrt{2}$
d) $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$
e) $\sqrt{56} = 2\sqrt{14}$
f) $-4\sqrt{128} = -32\sqrt{2}$
g) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
h) $\sqrt{242} = 11\sqrt{2}$
i) $10\sqrt{162} = 90\sqrt{2}$
j) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
k) $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$
l) $-9\sqrt{24} = -18\sqrt{6}$
m) $\sqrt{2^2.5} = 2\sqrt{5}$
n) $\sqrt{3^2.5^3} = 15\sqrt{5}$
o) $\sqrt{3.7^2} = 7\sqrt{3}$
p) $\sqrt{3^3.2^5} = 12\sqrt{6}$

5) Rends rationnel le dénominateur des fractions suivantes.

a) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$
b) $\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{10}}{5}$
c) $\sqrt{\frac{1}{24}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$
d) $\frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$
e) $\frac{11\sqrt{8}}{\sqrt{10}} = \frac{22\sqrt{5}}{5}$
f) $\sqrt{\frac{24}{132}} = \frac{\sqrt{22}}{11}$

6) Simplifie au maximum les racines carrées (toutes les lettres représentent des réels positifs).

a) $\sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$
b) $\sqrt{4r} = 2\sqrt{r}$
c) $\sqrt{9a^3} = 3a\sqrt{a}$
d) $\sqrt{18x^2} = 3x\sqrt{2}$
e) $\sqrt{15a^2b^2} = ab\sqrt{15}$
f) $\sqrt{x^2y} = x\sqrt{y}$
g) $\sqrt{27b^2c^3} = 3bc\sqrt{3c}$
h) $\sqrt{48r^3q^4} = 4rq^2\sqrt{3r}$

7) x représente la mesure du côté du carré.

$$x^2 = 130$$
$$x = \sqrt{130}$$

Le côté du carré mesure $\sqrt{130}\ cm$ ou $11{,}4\ cm$.

8) r représente la mesure du rayon.

$$\pi r^2 = 100\pi$$
$$r^2 = 100$$
$$r = 10$$

Le rayon mesure $10\ dm$.

9) r représente la mesure du rayon.

$$\pi r^2 h = 360\ 000\pi$$
$$4r^2 = 360\ 000$$
$$r^2 = 90\ 000$$
$$r = 300$$

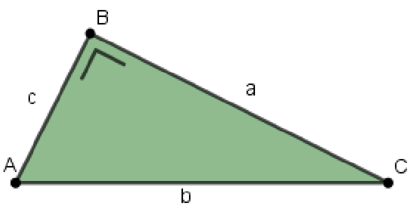
Le rayon mesure $300\ m$.

Chapitre 8 : Pythagore

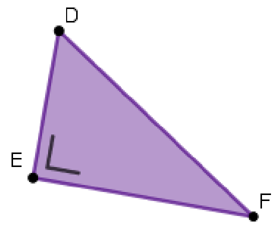
Exercice 1 :

Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, écris la relation de Pythagore :

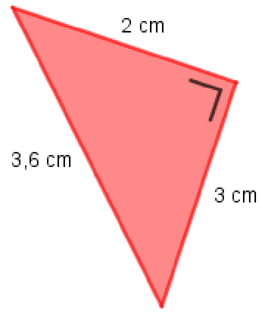
a)



b)



c)



$b^2 = a^2 + c^2$

$ou\ |AC|^2 = |BC|^2 + |AB|^2$

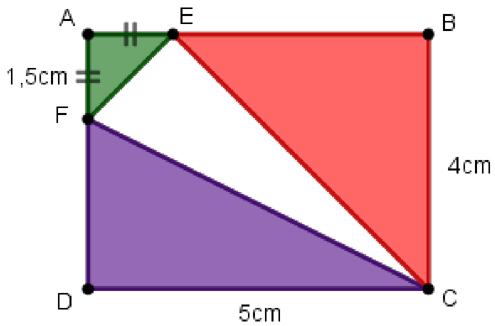
$|DF|^2 = |EF|^2 + |DE|^2$

$3{,}6^2 = 2^2 + 3^2$

Exercice 2 :

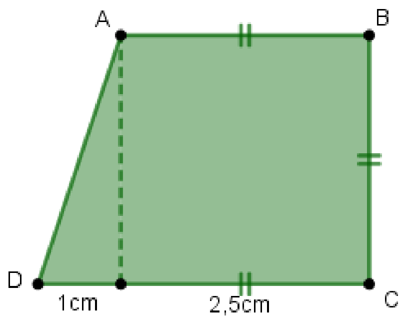
Pour chacune des trois situations ci-dessous, relie les expressions correspondantes :

a) ABCD est un rectangle



$\|EF\|^2$	$5^2 + 2{,}5^2$
$\|EC\|^2$	$1{,}5^2 + 1{,}5^2$
$\|CF\|^2$	$4^2 + 3{,}5^2$

b) ABCD est un trapèze rectangle



$\|AC\|$	$\sqrt{3{,}5^2 + 2{,}5^2}$
$\|BD\|$	$\sqrt{2{,}5^2 + 2{,}5^2}$
$\|AD\|$	$\sqrt{1^2 + 2{,}5^2}$

Exercice 3 :

Sachant que le triangle ABC est rectangle en A, complète le tableau ci-dessous : (calculs sur feuille de bloc)

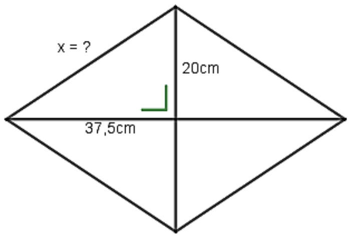
	|AB|	|AC|	|BC|
1)	7	8	$\sqrt{113} \approx 10{,}63$
2)	9	$3\sqrt{7} \approx 7{,}94$	12
3)	$4\sqrt{15} \approx 15{,}49$	4	16
4)	1,5	2	2,5
5)	$\sqrt{10}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{15} \approx 3{,}87$
6)	3	6	$3\sqrt{5}$

Exercice 4 :

Dans chaque cas, vérifie si le triangle est rectangle. Si oui, précise le sommet de l'angle, ainsi que le théorème utilisé :

	|AB|	|AC|	|BC|	
1)	3	4	5	Oui, rectangle en A, par la réciproque
2)	2	5	4	Non, par la contraposée
3)	$\sqrt{19}$	4	2	Non, par la contraposée
4)	$6\sqrt{2}$	$3\sqrt{8}$	$\sqrt{72}$	Non, par la contraposée

Exercice 5 :



Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu

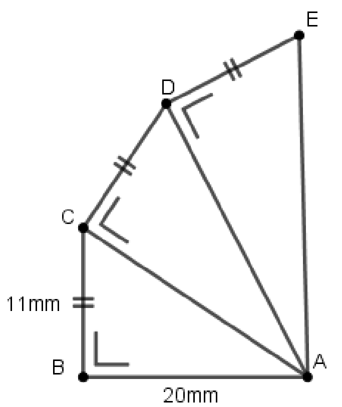
$x^2 = 20^2 + 37{,}5^2$

$x^2 = 1806{,}25$

$x = 42{,}5cm$ -> La longueur des côtés du losange mesure 42,5 cm

Exercice 6 :

Observe la figure ci-dessous et détermine la longueur du segment [AE] :

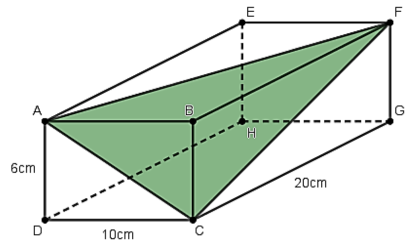


$\Delta ABC:$
$|AC|^2 = 11^2 + 20^2$
$|AC|^2 = 521$
$|AC| = 22{,}82mm$

$\Delta ACD:$
$|AD|^2 = 22{,}82^2 + 11^2$
$|AC|^2 = 641{,}75$
$|AC| = 25{,}33mm$

$\Delta ADE:$
$|AE|^2 = 25{,}33^2 +$
$|AE|^2 = 762{,}61$
$|AE| = 27{,}61mm$

Exercice 7 :



Observe le parallélépipède rectangle ci-contre.

Le triangle AFC est-il rectangle ? Calcule

Avant de montrer que le triangle AFC est rectangle, il faut calculer la mesure de ses 3 côtés :

ΔACD $(ou\ ABC)$:
$|AC|^2 = 6^2 + 10^2$
$|AC|^2 = 136$
$|AC| = 11{,}66cm$

ΔBFC $(ou\ CGF)$:
$|CF|^2 = 20^2 + 6^2$
$|CF|^2 = 436$
$|CF| = 20{,}88cm$

ΔAEF $(ou\ ABF)$:
$|AF|^2 = 20^2 + 10^2$
$|AF|^2 = 500$
$|AF| = 22{,}36cm$

Donc, ΔAFC :

$22{,}36^2 \stackrel{?}{=} 20{,}88^2 + 11{,}66^2$

$499{,}97 \neq 571{,}93$ Donc, non par la contraposée

.

Exercice 8 :

Soit $A(2; 2)$, $B(-4; -3)$ et $C(0; -5)$

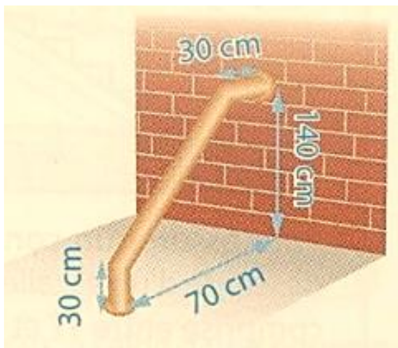
Calcule les longueurs suivantes :

(a) $|BA| = \sqrt{(-4-2)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61} \cong 7{,}81$

(b) $|AC| = \sqrt{(2-0)^2 + (2+5)^2} = \sqrt{4+49} = \sqrt{53} \cong 7{,}28$

(c) $|CB| = \sqrt{(0+4)^2 + (-5+3)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \cong 4{,}47$

Exercice 9 :



Quelle est la longueur du tuyau nécessaire pour réaliser ce coude ?

$x^2 = 40^2 + 110^2$

$x^2 = 13700$

$x = 117cm$

Longueur du tuyau = 30cm + 117cm + 30cm = 177cm de tuyau

Exercice 10 :

(a) $10^2 = |AH|^2 + 8^2$
$100 = |AH|^2 + 64$
$|AH|^2 = 36$
$|AH| = 6cm$

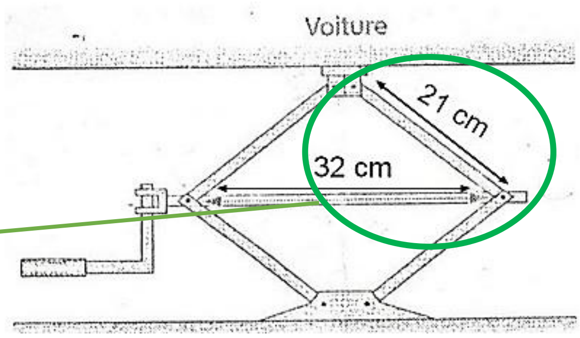
(b) $|AC|^2 = 6^2 + 2{,}5^2$
$|AC|^2 = 36 + 6{,}25$
$|AC|^2 = 42{,}25$
$|AC| = 6{,}5cm$

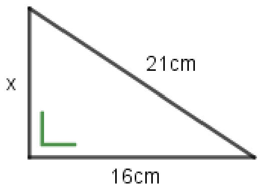
(c) $10{,}5^2 \stackrel{?}{=} 10^2 + 6{,}5^2$
$110{,}25 \stackrel{?}{=} 100 + 42{,}25$
$110{,}25 \neq 142{,}25$
non par la contraposée

Exercice 11 :

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 cm de côté.

A quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32cm ?





$21^2 = 16^2 + x^2$

$441 = 256 + x^2$

$185 = x^2$

$13{,}6cm = x$

Donc, $2 \cdot 13{,}6cm = 27{,}2cm$ de hauteur

Chapitre 9 : Les puissances à exposants entiers

1) Entoure la ou les proposition(s) correcte(s).

		Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3	Proposition 4
a)	$(-2)^4 =$	-16	-8	8	16
b)	$(-2^{-2})^{-3} =$	2^6	-2^6	$\left(\frac{1}{4}\right)^3$	$(-2)^{-5}$
c)	$4{,}21.10^{-4} =$	42100	$-0{,}000421$	$0{,}00421$	$0{,}000421$
d)	$3-2^{-1} =$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{7}{2}$
e)	$4^3.4^{-6} =$	4^9	$\frac{1}{64}$	4^{-3}	4^3
f)	$a^{-5} =$	$-5a$	$\frac{1}{a^5}$	$\frac{1}{a^{-5}}$	$-a^5$
g)	$(-3)^{-2} =$	3^2	6	$\frac{1}{9}$	3^{-2}
h)	$(ab)^{-3} =$	$\frac{a^3}{b^3}$	$a^{-3}b^{-3}$	$\frac{1}{ab^3}$	$\frac{1}{a^3b^3}$
i)	$\left(\frac{x^3}{x^5}\right)^{-2} =$	$\frac{1}{x^4}$	$(x^{-2})^{-2}$	x^4	$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{-2}$

2) Calcule. Tes réponses seront exprimées sous forme de nombres entiers ou de fractions irréductibles.

a) $3^{-4} = \frac{1}{81}$

b) $(-5)^{-2} = \frac{1}{25}$

c) $-2^{-4} = -\frac{1}{16}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{16}{9}$

e) $\frac{3^3}{2^{-4}} = 432$

f) $4^3.(-4)^{-4} = \frac{1}{4}$

g) $-\frac{8^{-1}}{(-4)^{-3}} = 8$

h) $\frac{6}{-2^{-3}} = -48$

i) $\frac{5^{-2}}{2^{-3}} = \frac{8}{25}$

3) Réduis et écris ta réponse sans exposant négatif (les lettres représentent des nombres réels, non nuls).

a) $a^{-3}.a^4 = a$

b) $(2b)^{-3} = \frac{1}{8b^3}$

c) $(4c^{-2}d^3)^{-3} = \frac{c^6}{64d^9}$

d) $\frac{a^{-12}}{a^{-14}} = a^2$

e) $-a^{-1} = -\frac{1}{a}$

f) $(-x^3y^{-2})^{-2} = \frac{y^4}{x^6}$

g) $(2b)^{-3} = \frac{1}{8b^3}$

h) $(10a)^2.(3a)^{-3} = \frac{100}{27a}$

i) $(4a^{-2}b^{-3})^{-4} = \frac{a^8b^{12}}{256}$

j) $\frac{a^{-8}c^7}{c^2b^{-4}} = \frac{b^4c^5}{a^8}$

k) $-\frac{3a^{-3}}{3a^{-5}} = -a^2$

l) $\frac{5a^4.b^{-3}}{(-3a^2b^{-3})^{-2}} = \frac{45a^8}{b^9}$

m) $\left(\frac{-5a^{-3}}{3^{-1}b^2}\right)^{-2} = \frac{a^6b^4}{225}$

4) Calcule et écris ta réponse en notation scientifique.
   a) $3\,500\,.\,0{,}000\,000\,15 = 5{,}25.10^{-4}$
   b) $2{,}1\,.\;10^{-3}\,.\,0{,}1 = 2{,}1.10^{-4}$

5) Non, $(5+2)^{-1} = \frac{1}{7}$ mais $5^{-1} + 2^{-1} = \frac{7}{10}$ (priorités des opérations)

6) 20 ans $= 7300$ jours
   $7300.100\,000 = 7{,}3.10^{8}$, il aura perdu $7{,}3.10^{8}$ neurones.

7) 16 ans $= 140\,160\ h$
   $140\,160.1{,}6.10^{-8} = 0{,}00224256\ km = 224{,}256\ cm = 2{,}24256.10^{2}\ cm$
   Ses cheveux seraient longs de $2{,}24256.10^{2}\ cm$.

Chapitre 10 : Trigonométrie dans le triangle rectangle

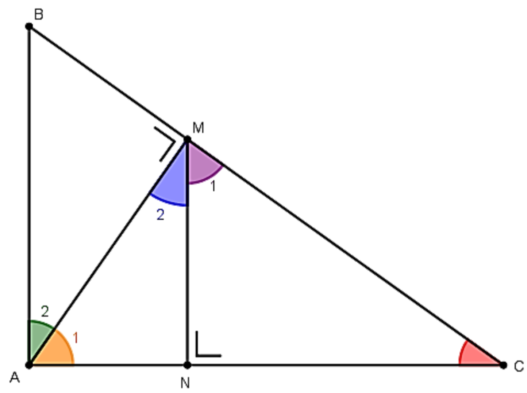
Exercice 1 :

Sachant que le triangle ABC est rectangle en A, entoure les égalités correctes :

$\cos\hat{B} = \frac{|AC|}{|AB|}$ | $\tan\hat{B} = \frac{|AB|}{|AC|}$ | $\sin\hat{C} = \frac{|AB|}{|BC|}$ | $\sin\hat{B} = \cos\hat{C}$

Exercice 2 :

En observant le triangle ABC rectangle en A, complète les phrases avec le nom du triangle et le rapport trigonométrique demandé :



(a) Dans le triangle ABM, $\tan\widehat{A_2} = \frac{|BM|}{|AM|}$

(b) Dans le triangle NMC, $\cos\widehat{M_1} = \frac{|MN|}{|MC|}$

(c) Dans le triangle ABC, $\cos\widehat{A_2} = \frac{|AM|}{|AB|}$

(d) Dans le triangle AMN, $\sin\widehat{M_2} = \frac{|AN|}{|AM|}$

(e) Dans le triangle CMN, $\tan\hat{C} = \frac{|MN|}{|NC|}$

(f) Dans le triangle ANM, $\sin\widehat{A_1} = \frac{|MN|}{|AM|}$

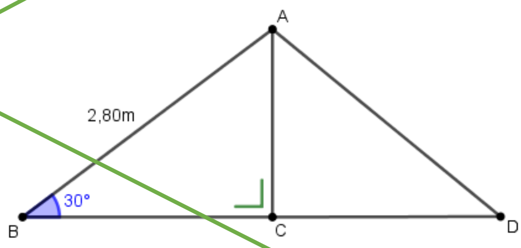
Exercice 3 :

Si le triangle ABC est rectangle A, complète le tableau ci-dessous : (arrondis à 0,01 près)

	$\|BC\|$	$\|AC\|$	$\|AB\|$	$\|\hat{B}\|$	$\|\hat{C}\|$
1)	100 m	79,86m	60,18m	53°	37°
2)	79,86cm	10cm	25cm	21,8°	68,2°
3)	3,99cm	7,2cm	8,23cm	61°	29°
4)	75mm	57,95mm	47,60mm	50,6°	39,4°

Exercice 4 :

Un menuisier utilise des chevrons de 2,80m pour construire le toit d'une remise qui a un angle d'inclinaison de 30°. Détermine, au cm près, la largeur de la remise |BD| :



Exercice 5 :

ΔHPA :
$\tan 62° = \frac{|AH|}{40}$
$|AH| = 40 \cdot \tan 62°$
$|AH| = 75{,}23m$

ΔHPB :
$\tan 76° = \frac{|BH|}{40}$
$|BH| = 40 \cdot \tan 76°$
$|BH| = 160{,}43m$

Distance entre les deux voiliers $= 160{,}43 - 75{,}23 = 85{,}2m$ d'écart

Exercice 6 :

Deux villages, Bellevue et Jolival sont situés de part et d'autre d'une montagne dont le sommet culmine à 3 325m. De la place de Bellevue, située à 2 000m du pied de la montagne, on aperçoit le sommet sous un angle de 36°. De celle de Jolival, située à 1 500m du pied de la montagne, l'angle est de 60°. Si les deux villages sont situés à la même altitude et si le sommet de la montagne se trouve dans le même plan que les places de chaque village, détermine la longueur du tunnel qu'il faudrait creuser à travers la montagne pour construire une route horizontale reliant ces deux villages :