Synthèse mathématiques 4è année technique 4 périodes

Voici ***une synthèse*** des chapitres vus de janvier au mois de mars au cours de mathématiques.

Dans le PDF suivant, vous retrouverez des **exercices récapitulatifs** (en plus de ceux donnés en classe). Ceux-ci ne seront **pas cotés** mais ne sont **pas à prendre à la légère** (il en va de même pour les autres cours).

Vu la durée du confinement, il est important de **ne pas perdre le rythme scolaire** !! Profites-en pour remettre ton **cours en ordre** et à **travailler les points où tu éprouves des difficultés.**

Les synthèses portent sur les chapitres suivants :

- UAA 2 : Géométrie : trigonométrie dans le triangle rectangle
- UAA 3 : Factorisation et équations produit nul
- UAA 3 : Equations du 2nd degré
- UAA 3 : Inéquations du 2nd degré

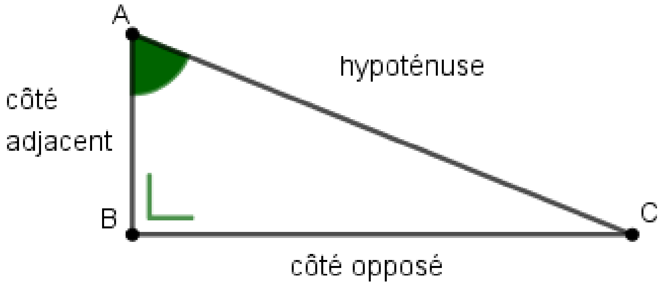
Si vous avez des questions, je suis joignable sur l'adresse mail suivante :

orsini.math.caillaux@hotmail.com

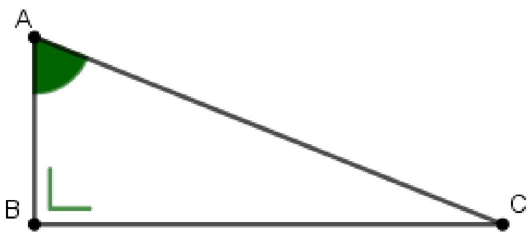
Prenez soin de vous et de vos proches !

UAA 2 : Géométrie : trigonométrie dans le triangle rectangle

Rappel :



Formules des nombres trigonométriques : SOH CAH TOA



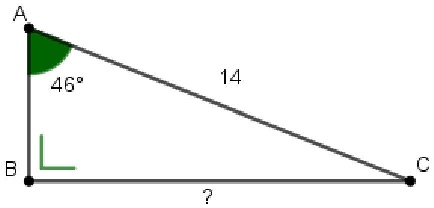
$$sin\ \hat{A} = \frac{|BC|}{|AC|}$$

$$cos\ \hat{A} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$$tan\ \hat{A} = \frac{|BC|}{|AB|}$$

Manipulation de la calculatrice + étapes de calcul :

1) Si on recherche la **longueur d'un côté :**



Dans le triangle ci-contre, on recherche le côté [BC].

Etape 1 : Quelle(s) donnée(s) connaît-on ?

On connaît l'angle Â et on connait le côté [AC].

- ➔ Par rapport à l'angle Â, on connait le **côté hypoténuse (H)** et on recherche le **côté opposé (O)**
- ➔ Dans SOH CAH TOA, on s'intéresse à la syllabe SOH, c'est-à-dire SINUS

Etape 2 : On résout la formule du nombre trigonométrique observé.

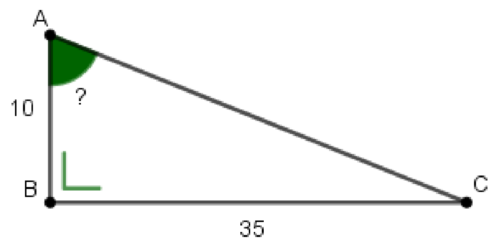
$\sin 46° = \frac{x}{14}$ (x correspond au côté opposé et 14 correspond à l'hypoténuse)

$\frac{\sin 46°}{1} \times \frac{x}{14}$ (Pour isoler x, on utilise le produit en « croix »)

$x = 14 \cdot \sin 46°$ (On calcule $\boxed{14 \times \sin(46)}$ à la calculatrice)

$x = 12{,}625$

2) Si on recherche **l'amplitude d'un angle.**



Dans le triangle ci-contre, on recherche l'angle Â.

Etape 1 : Quelle(s) donnée(s) connaît-on ?

On connaît le côté [BC] et le côté [AB]

- ➔ Par rapport à l'angle Â, on connait le **côté opposé (O)** et on recherche le **côté adjacent (A)**
- ➔ Dans SOH CAH TOA, on s'intéresse à la syllabe TOA, c'est-à-dire TANGENTE

Etape 2 : On résout la formule du nombre trigonométrique observé.

$\tan \hat{A} = \frac{35}{10}$ (35 correspond au côté opposé et 10 correspond au côté adjacent)

SHIFT tan(35 : 10) (Pour isoler Â, il faut enlever le « TAN ». Pour se faire on appuie à la calculatrice sur la touche SHIFT (ou 2^{nde}))

$\hat{A} = 74{,}05°$

UAA 3 : factorisation et équations produit nul

Définition :

Factoriser correspond à **transformer une somme** (différence) en **un produit de facteurs**.

Ordre de factorisation :

1) Mise en évidence :

$$ax + bx = x \cdot (a + b)$$

Astuce : On utilise la mise en évidence quand TOUS les termes possèdent un(des) facteur(s) commun(s).

Exemples : $12x + 8 = 4 \cdot (3x + 2)$

Dans l'exemple, on observe que les nombres 12 et 8 sont des multiples de 4.

$$42a^5 + 18a^3 = 6a^3 \cdot (7a^2 + 3)$$

Dans l'exemple :

- 42 et 18 sont des multiples de 6.
- Dans la partie littérale, on prend l'exposant le plus petit -> a^3

2) Binômes conjugués :

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

On utilise les binômes conjugués lorsqu'on a une différence de deux termes au carré.

Exemples : $16x^2 - 49 = (4x - 7)(4x + 7)$

$$4 - (x + 1)^2 = (2 - (x + 1))(2 + (x + 1))$$

$$= (2 - x - 1)(2 + x + 1) = (-x + 1)(x + 3)$$

3) Trinômes carrés parfaits :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

On utilise les trinômes carrés parfaits lorsqu'on a TROIS termes dont DEUX sont des carrés.

Exemple : $9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$ ($3x$ est le carré de $9x^2$)

(5 est le carré de 25)

Termes au carré double produit

<u>Règle du produit nul :</u>

Comme le dit le titre, il faut obtenir un produit (une multiplication) qui est égal à 0 !
Le but de ces exercices est de trouver la(les) valeur(s) que prend(prennent) l'inconnue x.

$$a \cdot b = 0 \ \rightarrow a = 0 \ ou \ b = 0$$

1) On transforme l'équation afin qu'elle soit nulle
2) On factorise, si possible, au maximum (afin d'obtenir un produit)
3) On applique la règle du produit nul (voir encadré)
4) On résout séparément chaque équation obtenue
5) On écrit la(les) solutions

Exemple 1 :

$(x+3)(2x-1) = 0$

$x+3=0 \quad ou \quad 2x-1=0$ (les deux facteurs sont égaux à 0)

$x=-3 \quad ou \quad 2x=1$ (on résout les équations)

$x=-3 \quad ou \quad x=\frac{1}{2}$

$S=\{-3\,;\frac{1}{2}\}$ (on écrit la(les) solution(s))

Exemple 2 :

$x^3 = 16x$

$x^3-16x=0$ (équation nulle)

$x(x^2-16)=0$ (on factorise – mise en évidence)

$x(x-4)(x+4)=0$ (on factorise – binômes conjugués)

$x=0 \quad ou \quad x-4=0 \quad ou \quad x+4=0$ (on applique la règle du produit nul)

$x=0 \quad ou \quad x=4 \quad ou \quad x=-4$ (on résout les équations)

$S=\{0\,;4\,;\,-4\}$ (on écrit les solutions)

UAA 3 : Equations du 2nd degré

Définition :

Une **équation du 2nd degré** d'inconnue x est une équation qui peut s'écrire sous la forme $\boldsymbol{ax^2+bx+c}$ (Forme générale) Dans laquelle a, b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$

Exemple : $3x^2-4x+1$ est une équation du 2nd degré avec $a=3, b=-4, c=1$

Résolution d'une équation du 2nd degré : $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$

Résoudre une équation du 2nd degré correspond à **calculer la(les) valeur(s) de x** qui annule l'équation. On dit dans ce cas que l'on résout l'équation (ou recherche la(les) racine(s)). **Graphiquement,** cela signifie que l'on recherche **la(les) intersection(s) sur l'axe des x.**

Etape 1 :

On calcule le discriminant (Δ) dont la formule est :

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

Etape 2 :

Si $\Delta > 0$:	Si $\Delta = 0$:	Si $\Delta < 0$:
Alors, il existe **deux solutions :** $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$	Alors, il existe **une solution :** $x_1 = \frac{-b}{2 \cdot a}$	Alors, il n'y a **pas de solution**

Etape 3 :

On écrit les solutions ! $S = \{ \dots\dots\dots \}$

Remarque : S'il n'y pas de solution, alors $S = \emptyset$

Exemple 1 :

Résous l'équation $2x^2 + 5x - 7 = 0$

Etape 1 : $a = 2, b = 5, c = -7$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 56 = 81$

Etape 2 : Vu que $\Delta > 0$, on a 2 solutions : **(A résoudre à la calculatrice scientifique)**

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -\frac{7}{2}$$

Etape 3 : $S = \left\{-\frac{7}{2}; 1\right\}$

Exemple 2 :

Résous l'équation $-8x^2 + 8x - 2 = 0$

Etape 1 : $a = -8, b = 8, c = -2$

$\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-8) \cdot (-2) = 64 - 64 = 0$

Etape 2 : Vu que $\Delta = 0$, on a 1 solution : **(A résoudre à la calculatrice scientifique)**

$$x_1 = \frac{-8}{2 \cdot (-8)} = \frac{1}{2}$$

Etape 3 : $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Exemple 3 :

Résous l'équation $3x^2 + 2x + 4 = 0$

Etape 1 : $a = 3, b = 2, c = 4$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 4 - 48 = -44$

Etape 2 : Vu que $\Delta < 0$, on n'a pas de solution

Etape 3 : $S = \emptyset$

<u>Factorisation d'une équation du 2nd degré :</u> $\boldsymbol{ax^2+bx+c}$

On reproduit les deux premières étapes du 2nd degré.

Etape 1 :

On calcule le discriminant (Δ) dont la formule est :

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$$

Etape 2 :

Si $\Delta > 0$:	Si $\Delta = 0$:	Si $\Delta < 0$:
Alors, il existe **deux solutions :** $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$	Alors, il existe **une solution :** $x_1 = \frac{-b}{2 \cdot a}$	Alors, il n'y a **pas de solution**

Ensuite, on factorise. Pour se faire, on utilise les formules de factorisation du 2nd degré :

Etape 3 :

Si $\Delta > 0$:	Si $\Delta = 0$:	Si $\Delta < 0$:
$ax^2+bx+c = a \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_2)$	$ax^2+bx+c = a \cdot (x-x_1)^2$	Pas de factorisation

<u>Exemple :</u>

Factorise l'équation $2x^2+5x-7$

Etape 1 : $a = 2, b = 5, c = -7$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 56 = 81$

Etape 2 : Vu que $\Delta > 0$, on a 2 solutions : **(A résoudre à la calculatrice scientifique)**

$$x_1 = \frac{-5+\sqrt{81}}{2 \cdot 2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5-\sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -\frac{7}{2}$$

Etape 3 : On factorise

$$2x^2+5x-7 = 2 \cdot (x-1) \cdot \left(x - \left(-\tfrac{7}{2}\right)\right) = 2 \cdot (x-1) \cdot (x + \tfrac{7}{2})$$

UAA 3 : Inéquations du 2nd degré

Rappel : Fonction du 1er degré $y = m \cdot x + p$

Une fonction du **premier degré** admet **toujours une seule solution** pour x

Formule :

$$x = \frac{-p}{m}$$

Exemple : Résous la fonction $y = 3x + 6$

On applique la formule $x = \frac{-p}{m}$

$x = \frac{-6}{3} = -2$

➔ $S = \{-2\}$

Signe d'une fonction du 1er degré $y = m \cdot x + p$

Tableau de signe d'une fonction du 1er degré :

x		$\frac{-p}{m}$	
$mx + p$	Signe opposé de m	0	Signe de m

Signe de m

Exemple : Dresse le signe de la fonction $y = 3x + 6$

Etape 1 : On applique la formule $x = \frac{-p}{m}$

$x = \frac{-6}{3} = -2$

Etape 2 : On dresse le tableau de signe

x		-2	
$3x + 6$	-	0	+

Signe d'une fonction du 2nd degré : $y = ax^2 + bx + c$

Tableau de signe d'une fonction du 2nd degré :

Dans l'ordre croissant

Si $\Delta > 0$:

x		x_1		x_2	
$ax^2 + bx + c$	Signe de a	0	Signe opposé de a	0	Signe de a

Si $\Delta = 0$:

x		x_1	
$ax^2 + bx + c$	Signe de a	0	Signe de a

Si $\Delta < 0$:

x	
$ax^2 + bx + c$	Signe de a

Exemple :

Dresse le signe de l'équation $2x^2 + 5x - 7$

Etape 1 : $a = 2, b = 5, c = -7$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 56 = 81$

Etape 2 : Vu que $\Delta > 0$, on a 2 solutions : **(A résoudre à la calculatrice scientifique)**

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -\frac{7}{2}$$

Etape 3 : On dresse le tableau de signe

x		$-\frac{7}{2}$		1	
$2x^2 + 5x - 7$	+	0	-	0	+

Inéquations du 2nd degré :

Pour résoudre une inéquation du 2nd degré, c'est le même principe que d'étudier le signe d'une fonction du 2nd degré. Il suffit juste d'**écrire les solutions que peuvent prendre x.**

Exemple 1 :

$+ , \mathbf{0}$

Résous l'inéquation $2x^2 + 5x - 7 \geq 0$

Etape 1 : $a = 2, b = 5, c = -7$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 56 = 81$

Etape 2 : Vu que $\Delta > 0$, on a 2 solutions : **(A résoudre à la calculatrice scientifique)**

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -\frac{7}{2}$$

Etape 3 : On dresse le tableau de signe **et on prend les intervalles de l'inéquation**

x		$-\frac{7}{2}$		1	
$2x^2 + 5x - 7$	+	0	-	0	+

Les **points et lignes vertes** représentent les valeurs que **l'on prend** (dans l'exemple, les + et 0)

Les **points et lignes rouges** représente nt les valeurs que **l'on ne prend pas** (dans l'exemple, les –)

Etape 4 : On écrit les solutions

$$\boldsymbol{S} =]-\infty ; -\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}] \cup [\mathbf{1} ; +\infty[$$

Exemple 2 :

Résous l'inéquation $\frac{x^2+3x}{2x^2+7x-4} \leq 0$ $\rightarrow$ $\mathbf{-\,,0}$

Etape 1 : On recherche la(les) racines des 2 équations :

Racines de x^2+3x :

$a=1, b=3, c=0$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 9$

Vu que $\Delta > 0$, on a 2 solutions :

$$x_1 = \frac{-3+\sqrt{9}}{2 \cdot 1} = 0$$

$$x_2 = \frac{-3-\sqrt{9}}{2 \cdot 1} = -3$$

Racines de $2x^2+7x-4$:

$a=2, b=7, c=-4$

$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81$

Vu que $\Delta > 0$, on a 2 solutions :

$$x_1 = \frac{-7+\sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-7-\sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -4$$

Etape 2 : On dresse le tableau de signe et on prend les intervalles de l'inéquations

x		-4		-3		0		$\frac{1}{2}$	
$1x^2+3x$	+	+	+	0	-	0	+	+	+
$2x^2+7x-4$	+	0	-	-	-	-	-	0	+
Q	+	/	-	0	+	0	-	/	+

Q = quotient
On divise la 1ère équation par la 2è
Rappel : On ne peut pas diviser par 0

On écrit les solutions : $\boldsymbol{S =]-4\,;-3\,]\ \cup\ [\,0\,;\tfrac{1}{2}[}$