Madame Giordano – Monsieur Caillaux
Mathématiques 3A – 3B

Les trois chapitres, qui vont suivre, représentent de la matière de 3è année **non vue en classe.**

Nous t'en enverrons un toutes les 2 semaines.

En effet, leur acquisition est **essentielle** pour le cours de 4è année générale et/ou technique de qualification.

C'est la raison pour laquelle nous décidons de la partager avec toi !

Cependant, ces points de matière seront revus et rappelés l'année prochaine 😉

Envoie tes exercices – questions à nos adresses mails respectives :

Madame Giordano orsini.math.giordano@hotmail.com

Monsieur Caillaux orsini.math.caillaux@hotmail.com

Prenez soin de vous et bon travail 😊

Inéquations :

Pour ce chapitre, tu peux également t'aider des « tutos » suivants :
https://www.youtube.com/watch?v=ycYfb8aHssY
https://www.youtube.com/watch?v=liEzUFfmlfM&t=62s
https://www.youtube.com/watch?v=gZPlx6s3kA0

Théorie + exemples :

1) *Définition :*

Une inéquation à une inconnue est une inégalité dans laquelle apparaît une inconnue.

L'ensemble des solutions d'une inéquation à une inconnue est l'ensemble qui contient toutes les solutions de cette inéquation.

… > … se traduit par « supérieur à … »

… ≥ … se traduit par « supérieur ou égal à … »

… < … se traduit par « inférieur à … »

… ≤ … se traduit par « inférieur ou égal à … »

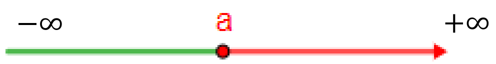
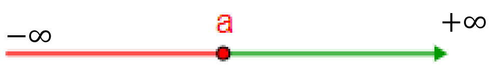
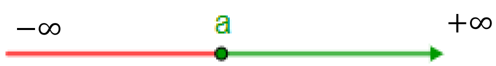
Exemple : $2x + 3 > -x + 1$ est une inéquation

En d'autres mots, une inéquation ressemble fortement à une équation.

Le signe « $=$ » est remplacé par remplacé par une inégalité.

2) *Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée :*

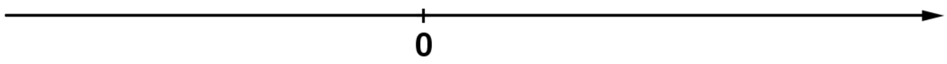
Sachant que $\boldsymbol{a}$ représente un nombre réel :

Signification	Inéquation	Représentation sur une droite graduée	Notation de la solution
$\boldsymbol{x}$ strictement inférieur à $\boldsymbol{a}$	$x < a$		$S =]-\infty; a[$
$\boldsymbol{x}$ inférieur ou égal à $\boldsymbol{a}$	$x \leq a$		$S =]-\infty; a]$
$\boldsymbol{x}$ strictement supérieur à $\boldsymbol{a}$	$x > a$		$S =]a; +\infty[$
$\boldsymbol{x}$ supérieur ou égal à $\boldsymbol{a}$	$x \geq a$		$S = [a; +\infty[$

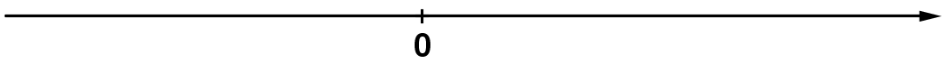
Exercice :

Observe les affirmations suivantes et complète les droites graduées et les solutions :

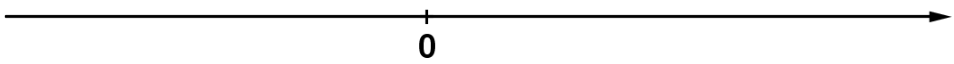
1. Quels sont les nombres entiers tels que $x \geq 3$? S =



2. Quels sont les réels tels que $x \geq 2$? S =



3. Quels sont les réels tels que $x < -3$? S =



3) *Résolution d'une équation :*

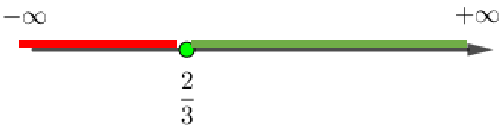
(a) $5x+3 \geq 2x+5$ — Comme dans une équation, il faut isoler l'inconnue « x »

$5x-2x \geq 5-3$ — On isole les termes en x à gauche, et les nombres à droite

$3x \geq 2$

$x \geq \frac{2}{3}$ — Une fois l'inconnue "x" isolée, il faut trouver l'ensemble des solutions

Pour se faire, il faut tracer une droite graduée :



Sur cette droite graduée :

- On place le nombre obtenu (dans ce cas : $\frac{2}{3}$)
- On trace en vert les valeurs prises ($\geq$ à $\frac{2}{3}$)
- On trace en rouge les valeurs non prises.

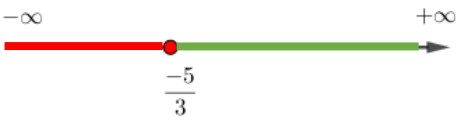
$S = [\frac{2}{3} ; +\infty[$ — On écrit l'ensemble des solutions (celles dans l'intervalle en vert).

(b) $5x+3 < 8x+8$ — Comme dans une équation, il faut isoler l'inconnue « x »

$5x-8x < 8-3$ — On isole les termes en x à gauche, et les nombres à droite

$-3x < 5$

$x > -\frac{5}{3}$ — Attention !!! Quand on divise par un nombre négatif, on inverse l'inégalité → on inverse le signe de l'inégalité !



Sur cette droite graduée :

- On place le nombre obtenu (dans ce cas : $\frac{-5}{3}$)
- On trace en vert les valeurs prises ($<$ à $\frac{-5}{3}$)
- On trace en rouge les valeurs non prises.

$S =]\frac{-5}{3} ; +\infty[$ — On écrit l'ensemble des solutions (celles dans l'intervalle en vert).

(c) *Avec des parenthèses :*

$2 \cdot (-2x+3) \leq -10x+5$ — Comme dans une équation, il faut supprimer les parenthèses (distributivité)

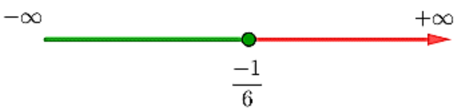
$-4x+6 \leq -10x+5$ — On isole les termes en « x » à gauche, les nombres à droite

$-4x+10x \leq 5-6$ — On simplifie

$6x \leq -1$

$$x \leq -\frac{1}{6}$$

Une fois x isolé, il faut tracer la droite graduée



On écrit les solutions

$S =]-\infty ; -\frac{1}{6}]$

Exercices :

Résous les inéquations suivantes :

a) $3x - 7 > 5 - 7x$
b) $5 \cdot (3x - 2) < 2x - 3$
c) $3x - 2 \cdot (-5x + 7) \leq -8$
d) $4x - 3 \cdot (4 - 2x) \geq 5 - (24 - 12x)$
e) $-2 - 5 \cdot (x - 1) \leq x - 2$

(d) Avec des fractions :

$$\frac{2x+1}{2} \geq \frac{-4x+3}{3}$$

Comme dans une équation, il faut résoudre au même dénominateur (le dénominateur commun de 2 et 3 est 6)

$$\cdot 3 \quad \frac{3 \cdot (2x+1)}{6} \geq \frac{2 \cdot (-4x+3)}{6} \quad \cdot 2$$

On simplifie par distributivité simple

$$\frac{6x+3}{6} \geq \frac{-8x+6}{6}$$

On peut simplifier les dénominateurs

$$6x + 3 \geq -8x + 6$$

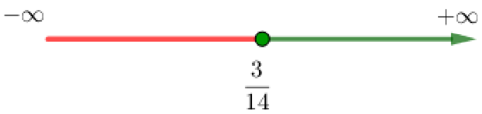
On résout comme une inéquation « classique »

$$6x + 8x \geq 6 - 3$$

$$14x \geq 3$$

$$x \geq \frac{3}{14}$$

Une fois x isolé, il faut tracer la droite graduée



On écrit les solutions

$$S = [\frac{3}{14}; +\infty[$$

(e) Cas particuliers :

Dans le cas où on obtient « $0x$ », on a un cas particulier !!

<u>Cas 1 : Inéquation indéterminée</u>

$$2x + 3 \geq 2x - 5$$

$$2x - 2x \geq -5 - 3$$

$$0x \geq -8$$

Astuce : Cache le « x », et compare l'inéquation :

$0 \geq -8$? Oui

➔ Inéquation indéterminée

$$S = \mathbb{R}$$

Cas 2 : Inéquation impossible

$2x + 3 \geq 2x + 5$

$2x - 2x \geq 5 - 3$

$0x \geq 2$

Astuce : Cache le « x », et compare l'inéquation :

$0 \geq 2$? Non

➔ Inéquation impossible

$S = \emptyset$

Exercice :

Résous les inéquations suivantes :

a) $3x + 8 > 2 \cdot (x + 5) - (2 - x)$
b) $\frac{7x-1}{8} + \frac{1-3x}{4} < \frac{25-8x}{16}$
c) $\frac{4x}{3} - \frac{12x}{7} + 2 < \frac{4}{3} + \frac{2x}{21}$
d) $5 \cdot (x + 2) - 5x \geq 3$
e) $\frac{4x+2}{2} - \frac{3x-2}{3} \leq \frac{6x-3}{4}$

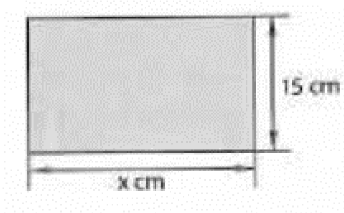
Problème :

Pour les problèmes, structure ton raisonnement de la manière suivante :

- Choix de l'inconnue (CI)
- Mise en équation (ME)
- Résolution
- Solution

Problème 1 :

Pour quelles valeurs de x le périmètre du rectangle ci-contre est-il strictement inférieur à 100cm ?

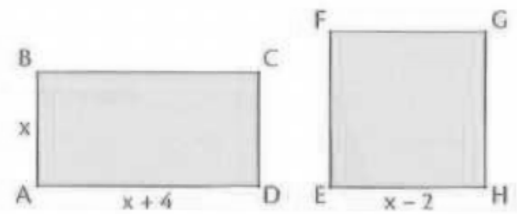


Problème 2 :

Le double d'un nombre augmenté de 1 est strictement supérieur à 7. Quel est ce nombre ?

Problème 3 :

Pour quelles valeurs de x l'aire du rectangle ABCD est-elle strictement supérieure à celle du carré EFGH ?



Problème 4 :

Pour quelles valeurs de x l'aire du trapèze isocèle ABCD est-elle au moins égale à 400m² ?